УДК 621.314 **doi: 10.20998/2224-0349.2021.02.17**

С. Ю. ШЕВЧЕНКО, Д. О. ДАНИЛЬЧЕНКО, А. Е. ПОТРИВАЙ, С. І. ДРИВЕЦЬКИЙ, С. Ю. БІЛИК

ПОШУК ОПТИМАЛЬНОГО ЗАСОБУ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ІЗОЛЯТОРІВ

У статті проаналізовано програмні засоби моделювання електричного поля ізоляторів. Необхідність вирішення даного питання диктується тим, що неточність програм моделювання дозволяє стверджувати, що покращення імітаційної моделі не може бути виконане правильно через наявність похибок розрахунку в самій програмі. Розглянуто конструктивні особливості різних типів ізоляторів, в першу чергу найбільш розповсюджених та використовуваних – фарфорових та скляних. Описано зміну електричного поля в скляному та фарфоровому ізоляторі, що працюють в мережі змінного струму без забруднень. Проаналізовано чисельні методи розрахунку як-от метод граничних елементів, метод скінчених елементів, метод інтегральних рівнянь та інші. Виявлено, що з погляду функціональних можливостей та доцільності застосування для вирішення польових задач, актуальних для електроенергетики, найбільш універсальними є метод скінчених різниць та метод скінчених елементів. Наведено результати моделювання електричного поля ізоляторів в програмах Ansoft Maxwell, CST EM Studio та Elcut. Серед проаналізованих програм – Ansys, FEMLAB, Ansoft Maxwell, CST EM Studio, IES Coulomb та Elcut, відштовхуючись від твердження про те, що необхідно для вирішення поставленої задачі вирішити диференційне рівняння, було обрано програми Ansoft Maxwell та CST EM, в яких реалізовано чисельний метод скінчених елементів. Виявлено, який з пакетів більше задовольняє поставленим вимогам по точності (шляхом розрахунку похибки відхилення математичного моделювання та експериментальних даних) та з точки зору методу, що закладено в алгоритмах програми. Проведено порівняння експериментальних даних з результатами імітаційного моделювання. Виявлена можливість діагностування ізоляторів по параметрам напруженості електричного поля.

Ключові слова: напруженість, імітаційне моделювання, програмне забезпечення, похибка, точність розрахунків, метод скінчених елементів.

С. Ю. ШЕВЧЕНКО, Д. А. ДАНИЛЬЧЕНКО, А. Э. ПОТРЫВАЙ, С. И. ДРИВЕЦКИЙ, С.Ю. БЕЛИК

ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО СРЕДСТВА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ИЗОЛЯТОРОВ

В статье проанализированы программные средства моделирования электрического поля изоляторов. Необходимость решения данного вопроса диктуется тем, что неточность программ моделирования позволяет утверждать, что улучшение имитационной модели не может быть выполнено правильно из-за ошибок расчета в самой программе. Рассмотрены конструктивные особенности различных типов изоляторов, прежде всего, наиболее распространенных и используемых – фарфоровых и стеклянных. Описано изменение электрического поля в стеклянном и фарфоровом изоляторе, работающих в сети переменного тока без загрязнений. Проанализированы многочисленные методы расчета такие как метод граничных элементов, метод конечных элементов, метод интегральных уравнений и другие. Выявлено, что с точки зрения функциональных возможностей и целесообразности применения для решения полевых задач, актуальных для электроэнергетики, наиболее универсальны метод конечных разниц и метод конечных элементов. Приведены результаты моделирования электрического поля изоляторов в программах Ansoft Maxwell, CST EM Studio и Elcut. Среди проанализированных программ – Ansys, FEMLAB, Ansoft Maxwell, CST EM Studio, IES Coulomb и Elcut, отталкиваясь от утверждения о том, что необходимо для решения поставленной задачи решить дифференциальное уравнение, были выбраны программы Ansoft Maxwell и CST EM, в которых реализован многочисленный метод конечных элементов. Выявлен, какой из пакетов больше удовлетворяет поставленным требованиям по точности (путем расчета ошибки отклонения математического моделирования и экспериментальных данных) и с точки зрения метода, заложенного в алгоритмах программы. Произведено сравнение экспериментальных данных с результатами имитационного моделирования. Выявлена возможность диагностики изоляторов по параметрам напряженности электрического поля.

Ключевые слова: напряженность, имитационное моделирование, программное обеспечение, ошибка, точность расчетов, метод конечных элементов.

S. YU. SHEVCHENKO, D. O. DANYLCHENKO, A. E. POTRYVAI, S. I. DRYVETSKYI, S. YU. BILYK

SEARCH FOR THE OPTIMAL MEANS FOR MODELING THE ELECTRIC FIELD OF INSULATORS

The article analyses software tools for simulation of electric field of insulators. The necessity of solving this problem is dictated by the fact that inaccuracy of simulation software allows stating that the simulation model cannot be improved correctly due to calculation errors in the program itself. Design features of different types of insulators, first of all, the most widespread and used - porcelain and glass insulators, are considered. The change of electric field in a glass and porcelain insulator operating in an AC network without contamination is described. Numerous calculation methods such as boundary element method, finite element method, integral equation method and others have been analysed. It is revealed, that from the point of view of functionality and expediency of application for solution of field problems relevant to electric power industry the finite difference method and finite element method are the most universal ones. The results of insulator electric field modelling using Ansoft Maxwell, CST EM Studio and Elcut software are given. Among Ansys, FEMLAB, Ansoft Maxwell, CST EM Studio, IES Coulomb and Elcut that were analyzed, the software Ansoft Maxwell and CST EM, where the finite element method is implemented, were chosen to solve the given problem. It was found out, which one of the software complies better with the given requirements as to accuracy (by calculation of error of deviation of mathematical modelling and experimental data) and in terms of the method incorporated in the algorithms of the software. Experimental data are compared with simulation results. The possibility of diagnosing insulators by electric field tension parameters has been revealed.

Keywords: tension, simulation, software, error, calculations accuracy, finite element method.

Вступ. Розвиток обчислювальної техніки виконувані у вимірювальних задачах. Сучасні прилади дозволив автоматизувати розрахунки, зокрема та інформаційно-вимірювальні системи широко

© С. Ю. Шевченко, Д. О. Данильченко, А. Е. Потривай, С. І. Дривецький, С. Ю. Білик, 2021

використовують програмовані обчислювальні засоби: вироблена ними обробка даних вже немислима у формі ручної праці. Виконувані у засобах вимірювань розрахунки ведуться зі значеннями, спотвореними похибкою, і внаслідок цього завжди завершуються одержанням неточного результату. Для забезпечення можливості прийняти обґрунтовані рішення на його основі важливо супроводити такий результат характеристиками його невизначеності, успадкованої від неточних вихідних даних.

Ця обставина грає суттєву участь у сучасних засобах, що виконують непрямі, сукупні чи спільні виміри, оскільки у них обов'язково, відповідно до затвердженої методики, проводиться обробка результатів прямих вимірювань.

Вище вказане не викликає жодних сумнівів, однак проблема потребує розгляду і з іншої сторони. Досить часто забувається той факт, що обчислювальна техніка та алгоритми, за якими вона працює, не є чимось абсолютним і також має похибку.

В умовах боротьби за соті долі відсотків ефективності така похибка може спричинити серйозні помилки в розрахунках, тому в даній роботі розглядається питання впливу подібних похибок у програмах та значимість їх впливу на результати імітаційного моделювання на прикладі роботи [1].

Мета статті. Метою роботи є визначення програмного пакету для моделювання, що при створенні імітаційної моделі дасть найбільш точний варіант на основі аналізу впливу на похибку використовуваних при створенні програм мов програмування та їх бібліотек.

Аналіз фарфорових та скляних ізоляторів. В сучасній енергетиці активно використовуються три типи ізоляторів: фарфорові, полімерні та скляні. Щодо полімерних ізоляторів, то, із досвіду експлуатаційного персоналу, такі ізолятори мають незручну експлуатацію та низьку надійність. Також, враховуючи той факт, що полімерні ізолятори найчастіше використовуються в лініях 35 кВ, це робить їх не цікавими для аналізу в даній роботі. Для проведення порівняльного аналізу електротехнічних властивостей скляних та фарфорових ізоляторів розглянемо основні технічні та технологічні параметри кожного з цих матеріалів. Тверді силікатні скла мають зазвичай відмінні електроізоляційні властивості і відносяться до типових діелектриків. За механізмом перенесення електричного струму в речовині розрізняють провідність іонну та електронну. Переважній більшості силікатного скла, як діелектрикам, властива іонна провідність. При аналізі електричних властивостей твердого скла необхідно враховувати (крім об'ємної) також і поверхневу електропровідність. Поверхнева провідність має переважне значення в інтервалі температур нижче 100–120 °С, коли на поверхні скла є гідратні плівки. Відносна діелектрична проникність характеризує здатність діелектрика знижувати напруженість електричного поля проти вакуумом. Тангенс кута діелектричних втрат визначає втрати енергії у вигляді тепла при службі діелектрика в електромагнітному полі. Чим вище якість діелектрика, тим менше тангенс кута діелектричних втрат і питома провідність за інших рівних умов. З механічних властивостей скла розрізняють міцність на розрив, стиск, вигин і кручення. Питома міцність скла більшою мірою залежить від розмірів перерізу зразка (масштабний фактор) від стану поверхні та режиму термообробки (відпал, загартування). Головні з термічних властивостей скла – це термічне розширення, теплоємність, теплопровідність та термостійкість. Однією з чудових властивостей кращих силікатних видів скла є висока хімічна стійкість до різних агресивних середовищ.

Тепер кілька слів про кераміку (фарфор). Для виготовлення електротехнічних виробів застосовуються стеатитові, форстеритові та глиноземисті керамічні матеріали з низькими діелектричними втратами. Фарфорові ізолятори використовуються для ізоляції кріплень дротів на повітряних лініях електропередач (ЛЕП) також у розподільних пристроях електростанцій та підстанцій.

Головною вимогою при використанні високовольтних ізоляторів є частота постійного та змінного струму, яка не повинна перевищувати 100 Гц, а напруга електричного струму має бути від 1000 В та вище, а температурний діапазон роботи ізолятора – від –60 °С до +50 °С.

Класифікація скляних та керамічних ізоляторів проводиться за типом діелектрика, що використовується у виробництві. Кожен клас містить кілька підкласів:

- скляні – штирові та підвісні;
- керамічні – опорні та прохідні, штирові високовольтні та низьковольтні.

Скляні підвісні ізолятори використовуються на повітряних ЛЕП та розподільних пристроях при частоті струму не більше 100 Гц та напрузі не вище 1000 В.

Скляні штирові ізолятори, на відміну від попередніх, використовуються при напрузі 10 кВ та частоті струму 100 Гц. Ці ізолятори використовуються у суворих кліматичних умовах, що розташовані на висоті до 1000 м над рівнем моря.

При виборі марки штирових ізоляторів для повітряних ЛЕП 10 кВ треба враховувати сукупність цінових, експлуатаційних та електротехнічних властивостей діелектриків, що застосовуються. Основні дані представлені у табл. 1.

Однак в експлуатації скляні ізолятори мають низку незаперечних переваг, як-от:

1. Гарантована відсутність прихованих дефектів усередині ізоляційного тіла, що унеможливлює виникнення струмів витоку.
2. Спеціальний контроль на величину кута поляризації світла, що проходить, дозволяє гарантувати відсутність внутрішніх напруг і стабільні по всьому об'єму ізолятора електроізоляційні властивості, що недосяжно в керамічних ізоляторах.
3. Міцність на скручування скляних ізоляторів у кілька разів перевищує міцність фарфорових.

Таблиця 1 – Основні характеристики ізоляторів

Характеристика	Скло	Фарфор
Діелектрична проникність	7,2	7,0
Питомий об'ємний опір, Ом/м	10^{14}	10^{11}
Питомий поверхневий опір, Ом	10^{14}	10^{9}
Тангенс кута діелектричних втрат (при 20 °С)	0,027	0,02
Теплопровідність, Вт/(м·°С)	0,92	1,0–1,2
Теплоємність, кДж/(кг·°С)	0,84	1,2–1,5
Електрична міцність, кВ/мм	48	25–30
Густина, г/см^3	2,47	2,3–2,5
Межа міцності при розтягуванні, кгс/см^2	823	—
Межа міцності при стисканні, кгс/см^2	9730	9000

4. Скляні ізолятори не схильні до старіння, оскільки в тілі ізолятора не з'являються з часом мікротріщини.

5. Прозорість скляних ізоляторів дозволяє легкий візуальний контроль його цілісності. При виході з ладу ізолятора поломку можна швидко ідентифікувати, не вдаючись до тривалих відключень ліній та заощаджуючи на технічному обслуговуванні. У важкодоступних місцях повітряних ЛЕП контроль за цілісністю скляних ізоляторів може бути здійснений з використанням як безпілотних літальних апаратів, так і вертольота.

6. Автоматизоване виробництво скляних ізоляторів унеможливлює помилки в роботі персоналу.

7. Найменша вага скляних ізоляторів та більша їх кількість у стандартній упаковці дозволяють заощаджувати 20 % вартості транспортування.

Таким чином очевидною є перевага скляного ізолятора перед фарфоровим, однак для підтвердження даного твердження необхідним є аналіз розподілу електричного поля, що сучасна наука активно досліджує.

Моделювання електричного поля скляного ізолятора. Оскільки, враховуючи недоліки полімерних ізоляторів, в сучасній енергетиці надається перевага скляним ізоляторам через їх переваги, розглянемо моделювання на прикладі скляного ізолятора, що описано в [2]. Моделювання проводилося в програмних пакетах Ansoft Maxwell та CST. В результаті моделювання було отримано картини розподілу напруженості в ізоляторі, що наведені на рис. 1 та 2 [2].

Оцінюючи результати моделювання та порівнюючи їх з експериментальними, було вирішено визначити наявність машинної похибки в результатах моделювання.

Постановка проблеми. Сучасний рівень обчислювальної техніки та її можливості при створені імітаційних моделей, безумовно, внесли величезний внесок у розвиток сучасної науки, однак, головною проблемою подібних систем було і залишається те, що використання певних програм не гарантує отримання точних даних, що обумовлено особливостями реалізації обчислювальних функцій в них [3, 4].

Так при аналізі роботи [3] було виявлено, що використання програми MATLAB може поставити під сумнів точність отриманих при моделюванні результатів.

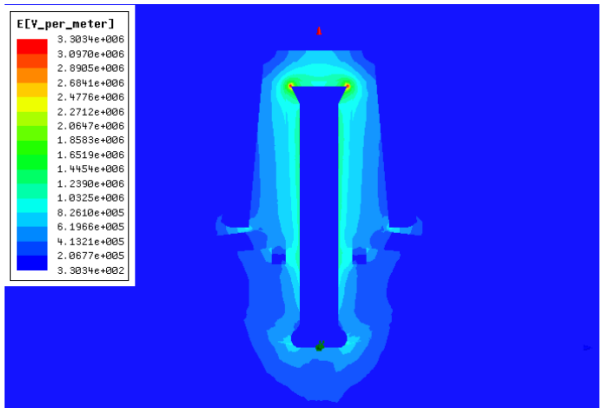

Рисунок 1 – Розподіл напруженості електричного поля ізолятора ПС 120Б в Ansoft Maxwell

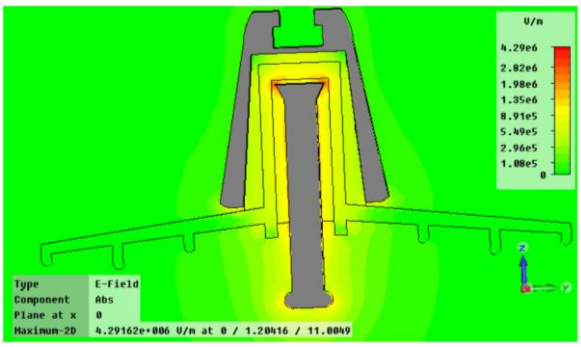

Рисунок 2 – Розподіл напруженості електричного поля ізолятора ПС 120Б в CST

Тому для пошуку оптимального методу моделювання було прийнято рішення проаналізувати декілька існуючих програмних пакетів та визначити найбільш точний.

Аналіз існуючих програмних **пакетів.** ANSYS Multiphysics – найбільш повна комплектація розрахункового комплексу ANSYS, що включає всі існуючі фізичні дисципліни: розрахунок напружено-деформованого стану конструкції, теплообмін, гідрогазодинаміку, електромагнетизм і т.д. Комплекс містить спеціальні багатодисциплінарні елементи, які дозволяють вирішувати пов'язані завдання.

Одним з елементів, що входять до ANSYS Multiphysics, є ANSYS Emag. Цей програмний пакет орієнтований на вирішення задач низькочастотних електромагнітних додатків, електродвигунів, реле та соленоїдів. Забезпечує всебічний аналіз різноманітних електромагнітних явищ на всіх етапах проектування.

Основні недоліки: висока вартість, складність у освоєнні. Але ці сторони компенсуються наявністю навчальних матеріалів російською, широкими можливостями використання, і навіть більшою точність розрахунків.

Програмний пакет COMSOL Multiphysics дозволяє моделювати практично всі фізичні процеси, що описуються приватними диференціальними рівняннями. Програма містить різні вирішувачі, які

допоможуть впоратися навіть із найскладнішими завданнями, а проста структура програми забезпечує простоту та гнучкість використання. Програмний пакет COMSOL Multiphysics має майже такі ж можливості, як і пакет ANSYS, крім цього, по суті, є інструментом пакету MATLAB і працює під його керуванням, тобто всі можливості програмування, доступні в MATLAB, можуть бути використані і в COMSOL Multiphysics, наприклад, при обробці результатів розрахунку. COMSOL Multiphysics забезпечує можливість експорту кінцево-елементної моделі до Simulink пакету MATLAB. Це дозволяє моделювати роботу об'єкта управління разом із перетворювачами електричної енергії, системами управління; досліджувати частотні характеристики та стійкість електротехнічного комплексу. Але практично труднощі освоєння інтерфейсу програми, накладаючись на помилки створення моделей, роблять процес розрахунку недостатньо ефективним. Основні недоліки: висока вартість, відсутність літератури російською мовою, важкий у освоєнні.

Maxwell – спеціалізований програмний комплекс для моделювання електромагнітних полів. Ключові можливості: моделювання низькочастотних двовимірних та тривимірних електромагнітних полів методом кінцевих елементів; перехідний нелінійний аналіз (під час руху (обертання, поступальний рух, обертання по довільній траєкторії) компонентів; стикування із зовнішньою електричною схемою; аналіз розмагнічування постійного магніту; обчислення магнітних втрат); гармонічний електромагнітний аналіз: аналіз вихрових струмів з урахуванням скін-ефекту.

Комбінація Maxwell із програмним комплексом Simplorer дозволяє розраховувати потужні високорівневі електромеханічні системи. Подібні технології дозволяють виконати комплексний розрахунок систем, що складаються з цифрових та аналогових ланцюгів, датчиків, електромагнітних пристроїв, механічних, гідравлічних та інших типів навантажень, і зрештою створювати найбільш повну електромеханічну модель кінцевого продукту.

Також Maxwell дозволяє передавати дані в модуль ePhysics для виконання теплового та міцнісного аналізів. Основні вади: висока вартість.

Причини існування похибки при моделюванні електронно-обчислювальною технікою. Одним з основних джерел обчислювальних похибок є наближене уявлення чисел у комп'ютері, обумовлене кінцівкою розрядної сітки (вказується у Міжнародному стандарті уявлення чисел з плаваючою точкою в електронно-обчислювальних машинах). Число *a*, що не може бути представлене кінцевим числом в обчислювальній системі, піддається округленню, тобто замінюється близьким числом $\tilde{\alpha}$ що у комп'ютері точно. Знайдемо межу відносної похибки уявлення числа з точкою, що плаває. Припустимо, що застосовується найпростіше заокруглення – відкидання всіх розрядів числа, що виходять за межі розрядної сітки. Система числення – двійкова. Нехай треба записати число, що представляє нескінченний двійковий дріб:

$$\alpha = \pm 2^p \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_1}{2^2} + \cdots + \frac{\alpha_i}{2^i} + \frac{\alpha_{i+1}}{2^{i+1}} + \cdots\right),$$

де $\alpha_j = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$, ($j$ = 1, 2, …) – цифри мантиси.

Нехай під запис мантиси відводиться *t* двійкових розрядів. Відкидаючи зайві розряди, отримаємо округлене число:

$$\tilde{\alpha} = \pm 2^p \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_1}{2^2} + \cdots + \frac{\alpha_i}{2^i}\right).$$

Абсолютна похибка округлення у цьому випадку дорівнює

$$\alpha - \tilde{\alpha} = \pm 2^p \left(\frac{\alpha_{i+1}}{2^{i+1}} + \frac{\alpha_{i+2}}{2^{i+2}} + \cdots\right).$$

Найбільша похибка буде у випадку a_{t+1} = 1, a_{t+2} = 1, тоді

$$|\alpha - \tilde{\alpha}\ | \le \pm 2^p \frac{1}{2^{i+1}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots\right) = 2^{p-t},$$

Т. я. M ≥ 0,5 де *M* – мантиса числа *a,* то завжди *a* = 1. Тоді $|a| \ge 2^p \cdot 2^{-1} = 2^{p-1}$ та відносна похибка дорівнює

$$\frac{|\alpha - \tilde{\alpha}|}{|a|} \le 2^{-t}.$$

Практично застосовують більш точні методи округлення та похибка уявлення чисел дорівнює

$$\frac{|\alpha - \tilde{\alpha}|}{|a|} \le 2^{-t+1}$$

тобто точність уявлення чисел визначається розрядністю мантиси *t.*

Тоді приблизно представлене в комп'ютері число можна записати у вигляді

$$\tilde{\alpha} = a(1 \pm \varepsilon),$$

де $|\varepsilon| \le 2^{-t}$ – «машинний епсилон» – відносна похибка представлення чисел.

Про метод скінчених елементів (МСЕ), причини похибок методу, засоби їх усунення. Основна ідея МСЕ полягає в тому, що будь-яку безперервну величину (наприклад, температуру, тиск, переміщення) можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будується на безлічі кусково-безперервних функцій, визначених на кінцевому числі підобластей (елементів); кусково-безперервні функції визначаються за допомогою значень безперервної величини в кінцевому числі точок аналізованої області.

З погляду обчислювальної математики, ідея МСЕ полягає у тому, що мінімізація функціоналу варіаційного завдання складає сукупності функцій, кожне з яких визначено у своїй підобласті, що ідеально підходить для вирішення поставленої задачі для

моделювання, оскільки в її основі лежить диференційне рівняння.

Головною перевагою методу є можливість розбиття на кінцеві елементи області будь-якої форми і, таким чином, можливість розрахунку полів напруг та деформацій у реальних деталях з урахуванням усіх їх конструктивні особливості.

Кожному розбиття відповідає свій набір базисних функцій та, відповідно, своє рішення (свої поля переміщень, деформацій та напруг).

До основних недоліків можна віднести:

- залежність результатів розрахунку від виконуваного користувачем;
- вибору (побудови) сітки МСЕ;
- труднощі оцінки точності одержуваних результатів.

Похибки МСЕ пов'язані з:

- помилками дискретизації, що є результатом геометричних відмінностей межі аналізованої області (деталі) та її МСЕ-моделі;
- помилками базисної функції, зумовленими різницею між точним рішенням та його поданням у вигляді комбінації базисних функцій заданого виду;
- помилки округлення, пов'язані з кінцевою довжиною розрядної сітки комп'ютера та великою кількістю операцій, що виконуються при вирішенні задачі методом кінцевих елементів.

Помилки дискретизації зменшуються зі зменшенням розміру МСЕ, а помилки базової функції та помилки округлення – ні (принаймні, не обов'язково). Проте загальний (універсальний та теоретично обгрунтований) метод оцінки похибки МСЕ на сьогодні відсутній, а точне рішення реальні завдання зазвичай невідомо. Тому найчастіше для оцінки похибки використовується наступний прийом: виконується кілька розрахунків при різних розбиття області на МСЕ, за результатами цих розрахунків будується залежність розрахованих напруг (переміщень, деформацій) від розміру елемента, потім виконується екстраполяція на випадок розміру елемента, що прагне нуля.

Зменшення розміру МСЕ напряму залежить від доступної десяткової розмірності, оскільки зі збільшенням десяткової розмірності ми можемо розбивати ціле на більшу кількість елементів.

Отже вирішення проблеми існування похибки в методі МСЕ полягає у вирішенні проблем округлення, що в свою чергу залежать від розмірної сітки та формату збереження даних.

За відсутності помилок округлення така послідовність рішень сходиться до точного рішення, якщо:

- базисні функції такі, що при переході через кордон елементів залишаються безперервними сама функція та її похідні аж до порядку p–1 включно, де p – найвищий порядок похідних, що містяться у функціоналі
- базисні функції є повними – наприклад, якщо базисні функції є поліномами ступеня r, вони містять всі ступеня змінною від 0 до r включно;
- розміри сітки зменшуються таким чином, щоб елементи кожного наступного рівня являли собою частини відповідних елементів попереднього рівня.

МСЕ (в розглянутій постановці) підбирає поле переміщень так, щоб мінімізувати певний функціонал, має енергетичний сенс. Тому точність визначення пружною енергії, запасеної в конструкції при заданих навантаженнях, виявляється вище, ніж точність визначення переміщень. Точність визначення напруг виявляється нижче, ніж точність визначення переміщень (і, тим більше, пружної енергії), оскільки напруги визначаються деформаціям, одержуваним диференціюванням переміщень, та помилки чисельного диференціювання можуть відігравати помітну роль.

Часто розмірність залежить від обраних за основу для написання мов та їх бібліотек.

Стосовно стандартних бібліотек glibc для C та libstdc++ для C++ та бібліотеки quadmath для 128-бітних чисел, в них закладена реалізація компанії Sunmicrosystem 1993 року (за методикою, описаною в [5, 6]). В інших варіантах використовується метод раціональної апроксимації виразу. В fortana та інших використовується пряма апроксимація, описана в [6].

Для визначення впливу похибки апроксимації, було прийнято рішення вивести рівняння, що буде описувати вплив похибки на результати розрахунку. На основі твердження про те, що зі зростанням кількості виконуваних операцій для отримання результатів, сумарна кількість похибок збільшується модель було вирішено будувати виходячи з роботи [6], де функція похибки має наступний вигляд:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\, dt. \qquad (1)$$

Однак, оскільки похибка не є функцією залежною від часу, а її значення залежить лише від кількості послідовно виконаних математичних операцій, наведену вище формулу було модифіковано до вигляду[7]:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x}\, dx,$$

де x – кількість послідовно виконуваних математичних операцій в імітаційній моделі.

Отримані значення похибки розрахунків за формулою (1) наведено на рисунках 3–6 для різних бібліотек.

На рис. 3 графік для даних з точністю, збільшеною в 4 рази (Quadruple double, quadmath), абсолютна похибка не перевищує 10^{-34}, що відповідає 34-й розрядності.

Даним розширеної точності (десятковий розряд >34) відповідають графіки на рис. 4 і 5. За їх результатами похибка складає 10^{-16}, що відповідає 16-й розрядності.

Найгірший результат було отримано при двійковій точності (double, рис. 6).

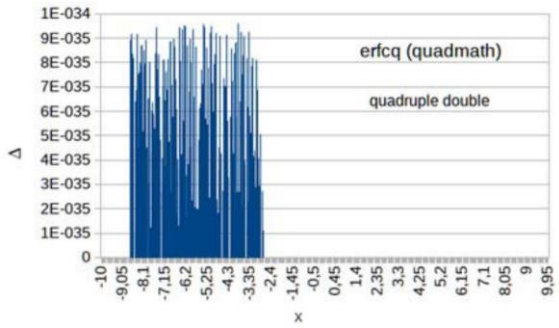

Рисунок 3. Похибка розрахунку функції для даних з точністю збільшеною в 4 рази

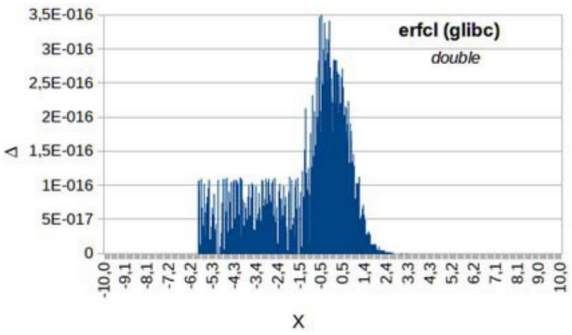

Рисунок 4. Похибка розрахунку функції для даних розширеної точності glibc

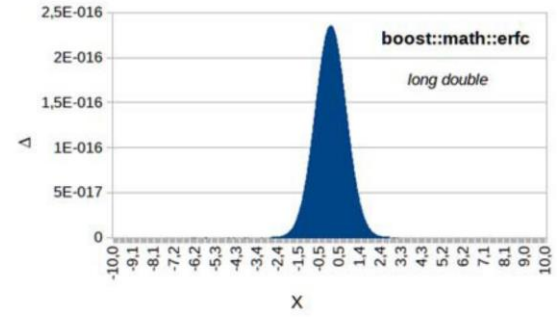

Рисунок 5. Похибка розрахунку функції для даних розширеної точності boost::math

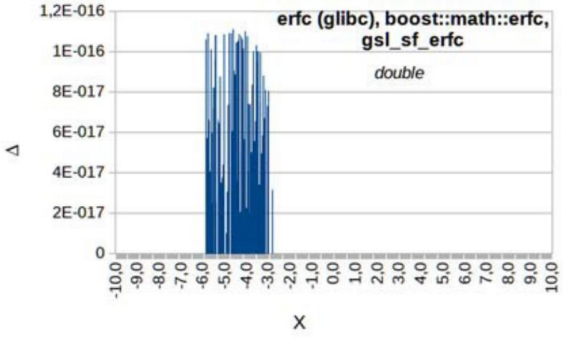

Рисунок 6. Похибка розрахунку функції для даних двійкової точності

Специфіка реалізації розрахунків над даними з плаваючою точкою, обумовлена апаратною реалізацією модулів FPU та SSE, може проявлятися в тому випадку, коли проводиться компіляція програм з параметрами компілятора, заданими за замовчанням [8, 9].

Серед проаналізованих раніше програм, жодна з них не використовує бібліотеки розширеної точності (glibc, ttmath та інші), а значення відносної похибки чисел з плаваючою комою для чисел подвійної точності – так званий «машинний епсілон» [10, 11], складає для них ~$2.2204 \cdot 10^{-16}$.

Висновки. Характерна для сучасних цифрових обчислювальних систем обмеження розмірної сітки, що використовується для представлення даних в пам'яті, обумовлює додаткову похибку результатів імітаційного моделювання, котра може виявитися істотною та сумісною з ввідними даними.

В розглянутих програмних пакетах не було визначено великої різниці в точності розрахунків, тому для моделювання (в даному випадку ізоляторів) рекомендується використовувати програми, які своїми додатковими функціями задовольняють необхідності при створені моделей.

Для нашого випадку, найбільш оптимальним є використання програми COMSOL оскільки його сумісність з MATLAB дозволяє ураховувати більше електроенергетичних одиниць, що впливають на модельований елемент.

Одні й ті ж помилки в розрахунках, обумовлені форматом зберігання даних, характерні й для програм, що реалізують алгоритми рішення спеціальних задач.

Реалізація одних і тих же математичних функцій, особливо спеціальних, залежать від бібліотек мов програмування та можуть основуватися на різноманітних моделях. Додаткова похибка результатів імітаційного моделювання розрізняється як для розповсюджених бібліотек C та C++, так і для одних і тих же бібліотек C та C++ при їх використанні на різноманітних архітектурах та операційних системах.

Для зменшення додаткової похибки результатів імітаційного моделювання слід збільшувати розрядну сітку та використовувати відповідні бібліотеки. При цьому не треба орієнтуватися на рішення, що залежать від платформи, як-от формат розширеної точності.

Використання бібліотек обчислювань із довільною точністю може призвести до суттєвого падіння швидкості розрахунків.

Для компіляторів gcc та g++ можна рекомендувати використання бібліотек quadmath та boost, котрі забезпечать найменшу додаткову похибку обчислювань.

Список літератури

1. Shevchenko S., Dovgalyuk O., Danylchenko D., Rubanenko O., Fedorchuk S., Potryvai A. Accounting For The Effect Of PV Panel Dustiness On System Performance With Correction For Panel Cleaning For Matlab Simulink. *2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. 2021. P. 373–378. doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575747.
2. Шевченко С. Ю., Окунь А. А. Моделирование электрического поля стеклянного изолятора в ВЛ 110 кВ. *Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Энергетика: надёжность и энергоэффективность*. 2011. № 3. С. 136–143.

3. Shevchenko S., Danylchenko D., Dryvetskyi S., Potryvai A. Modernization of a Simulation Model of a Photovoltaic Module, by Accounting for the Effect of Snowing of Photovoltaic Panels on System Performance with Correction for Panel Cleaning for Matlab Simulink. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*. 2021. P. 670–675. doi: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570030.
4. *IEEE Std 754-2019. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic*. Piscataway, NJ, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. 84 p. doi: 10.1109/IEEESTD.2019.8766229.
5. Krämer W. Multiple/arbitrary precision interval computations in C-XSC. *Computing*. 2012. Vol. 94, iss. 2–4. P. 229–241. doi: 10.1007/s00607-011-0174-8.
6. Hart J. F. et. al. *Computer Approximations*. New York, John Wiley & Sons, 1968. 354 p.
7. Cody W. J. Rational Chebyshev approximations for the error function. *Mathematics of Computation*. 1969. Vol. 23, no. 107. P. 631–637.
8. Sarajlić M., Pihler J., Sarajlić N., Kitak P. Electric field of a medium voltage indoor post insulator. *Electric Field*. 2017. P. 145–159.
9. Rabah D., Abdelghani C., Abdelchafik H. Efficiency of some optimisation approaches with the charge simulation method for calculating the electric field under extra high voltage power lines. *IET Generation, Transmission & Distribution*. 2017. Vol. 11, no. 17. P. 4167–4174. doi: 10.1049/iet-gtd.2016.1297.
10. Shen Z., Wang X., Xin Z., Zhang T., Xu C., Jia Z. Analytical model for the spatiotemporal permittivity of uncured-composite devices in an AC electric field. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2021. Vol. 54, no. 15. P. 155302. doi: 10.1088/1361-6463/abd9a7.
11. Abd Elrahman M. Adapting particle swarm optimisation for charge simulation method. *IET Science, Measurement & Technology*. 2011. Vol. 5, no. 3. P. 96–101. doi: 10.1049/iet-smt.2010.0109.

References (transliterated)

1. Shevchenko S., Dovgalyuk O., Danylchenko D., Rubanenko O., Fedorchuk S., Potryvai A. Accounting For The Effect Of PV Panel Dustiness On System Performance With Correction For Panel Cleaning For Matlab Simulink. *2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. 2021, pp. 373–378. doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575747.
2. Shevchenko S. Yu., Okun' A. A. Modelirovanie elektricheskogo polya steklyannogo izolyatora v VL 110 kV [Modelling the electric field of a glass insulator in a 110 kV overhead line]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Energy: Reliability and Energy Efficiency*. 2011, no 3, pp. 136–143.
3. Shevchenko S., Danylchenko D., Dryvetskyi S., Potryvai A. Modernization of a Simulation Model of a Photovoltaic Module, by Accounting for the Effect of Snowing of Photovoltaic Panels on System Performance with Correction for Panel Cleaning for Matlab Simulink. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*. 2021, pp. 670–675. doi: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570030.
4. *IEEE Std 754-2019. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic*. Piscataway, NJ, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. 84 p. doi: 10.1109/IEEESTD.2019.8766229.
5. Krämer W. Multiple/arbitrary precision interval computations in C-XSC. *Computing*. 2012, vol. 94, iss. 2–4, pp. 229–241. doi: 10.1007/s00607-011-0174-8.
6. Hart J. F. et. al. *Computer Approximations*. New York, John Wiley & Sons, 1968. 354 p.
7. Cody W. J. Rational Chebyshev approximations for the error function. *Mathematics of Computation*. 1969, vol. 23, no. 107, pp. 631–637.
8. Sarajlić M., Pihler J., Sarajlić N., Kitak P. Electric field of a medium voltage indoor post insulator. *Electric Field*. 2017, pp. 145–159.
9. Rabah D., Abdelghani C., Abdelchafik H. Efficiency of some optimisation approaches with the charge simulation method for calculating the electric field under extra high voltage power lines. *IET Generation, Transmission & Distribution*. 2017, vol. 11, no. 17, pp. 4167–4174. doi: 10.1049/iet-gtd.2016.1297.
10. Shen Z., Wang X., Xin Z., Zhang T., Xu C., Jia Z. Analytical model for the spatiotemporal permittivity of uncured-composite devices in an AC electric field. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2021, vol. 54, no. 15, pp. 155302. doi: 10.1088/1361-6463/abd9a7.
11. Abd Elrahman M. Adapting particle swarm optimisation for charge simulation method. *IET Science, Measurement & Technology*. 2011, vol. 5, no. 3, pp. 96–101. doi: 10.1049/iet-smt.2010.0109.

Надійшла (received) 08.12.2021

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Шевченко Сергій Юрійович (Шевченко Сергей Юрьевич, Serhiy Yuriyovych Shevchenko) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри передачі електричної енергії, м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9658-7787; e-mail: Sergii.Shevchenko@khpi.edu.ua.

Данильченко Дмитро Олексійович (Данильченко Дмитрий Алексеевич, Dmytro Oleksiyovych Danylchenko) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри передачі електричної енергії, м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7912-1849; e-mail: dmytro.danylchenko@khpi.edu.ua.

Потривай Андрій Едуардович (Потрывай Андрей Эдуардович, Andriy Eduardovych Potryvay) – магістрант кафедри передачі електричної енергії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1250-7525; e-mail: potryvay.andrew99@gmail.com.

Дривецький Станіслав Ігорович (Дривецкий Станислав Игоревич, Stanislav Ihorovych Dryvetsky) – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», асистент кафедри передачі електричної енергії, м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8181-8829; e-mail: stanislav.dryvetskyi@khpi.edu.ua.

Білик Сергій Юрійович (Белик Сергей Юрьевич, Serhiy Yuriyovych Bilyk) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри двигунів внутрішнього згорання, м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8813-5652; e-mail: Serhii.Bilyk@khpi.edu.ua.